UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

CHAVE DE RESPOSTAS

PROCESSO SELETIVO EDITAL 01/2021

Etapa I: Prova de Conhecimento Técnico (eliminatória e classificatória)

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ESTRUTURAS

(PARA AS LINHAS DE PESQUISA: ESTRUTURAS DE AÇO E MISTAS DE AÇO E CONCRETO, ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO, ESTRUTURAS DE AÇO E MISTAS DE AÇO E CONCRETO, MECÂNICA DOS SÓLIDOS E MÉTODOS NUMÉRICOS)

(ESTA PROVA CONTÉM 4 QUESTÕES DE IGUAL VALOR E UM FORMULÁRIO, DISTRIBUIDOS EM 6 PÁGINAS)

Instruções para realização e envio da prova.

- Recomenda-se ler com atenção o texto da prova.
- Realize a prova no papel de sua preferência.
- Deve-se usar caneta esferográfica azul ou preta.
- Coloque nome em todas as folhas.
- Termine a prova até as 11h00min, prepare um scan de boa qualidade de suas respostas (podendo ser foto digitalizada de aparelho celular ou usar aplicativo/aparelho de sua preferência), preferencialmente documento com extensão pdf. É impossível corrigir provas ilegíveis, sendo de responsabilidade do candidato garantir a qualidade do arquivo legível enviado.
- Altere o nome do arquivo de suas respostas para: provatecnica-nome-sobrenome.pdf. Exemplo: Se o candidato chamar Humberto Breves Coda o nome do arquivo será: provatecnica-humberto-coda.pdf
- Envie o arquivo de suas respostas (como anexo) por email para pos.engenhariacivil@ufes.br até as 11h30min.
- A prova deverá ser feita obrigatoriamente de próprio punho (escrita à mão). Não é necessário imprimir ou transcrever as questões da prova. Apenas enviar as folhas com as respostas.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

1ª) Para grelha isostática da figura 1, cujas barras formam, em todos os nós, ângulos de 90°, pede-se:

- (a) Traçar o diagrama de momento fletor, DMF.
- (b) Traçar o diagrama de momento torçor, DMT.

Figura 1 Grelha isostática

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

SOLUÇÃO - 1ª QUESTÃO:

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

DMF (retificado):

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

DMT:

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

2ª) Pede-se que se use o teorema de Castigliano⁽¹⁾, considerando apenas a energia de deformação devida aos momentos fletores, para calcular a flecha no ponto B da viga da figura. São conhecidos L , q e a rigidez à flexão EI , constante em toda a viga.

(1) Não é permitido usar outro método.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

SOLUÇÃO - 2ª QUESTÃO:

GABARITO:

USANDO O MÉTODO DE CASTIGLIANO, ACRESCENTA-SE UMA CARGA FICTÍCIA P NO PONTO B .

CONSIDERANDO UMA SEÇÃO NUMA POSIÇÃO GENÉRICA x , COM $0 \leq x \leq L/2$, COMO MOSTRADO AO LADO, O MOMENTO NESTA SEÇÃO É:

$$M(x) = P \cdot x$$

JÁ NUMA SEÇÃO NA POSIÇÃO x , COM $L/2 \leq x \leq L$, O MOMENTO É:

$$M(x) = P \cdot x + \frac{q}{2} \left(x - \frac{L}{2}\right)^2$$

E NUMA SEÇÃO NA POSIÇÃO x , COM $L \leq x \leq \frac{3L}{2}$, O MOMENTO É:

$$M(x) = P \cdot x + \frac{qL}{2} \cdot \left(x - \frac{3L}{4}\right)$$

PORTANTO, O MOMENTO EM TODA A VIGA É:

$$M(x) = \begin{cases} P \cdot x & , \text{ SE } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ P \cdot x + \frac{q}{2} \left(x - \frac{L}{2}\right)^2 & , \text{ SE } \frac{L}{2} \leq x \leq L \\ P \cdot x + \frac{qL}{2} \left(x - \frac{3L}{4}\right) & , \text{ SE } L \leq x \leq \frac{3L}{2} \end{cases}$$

E ASSIM:

$$\frac{\partial M}{\partial P}(x) = x, \text{ SE } 0 \leq x \leq \frac{3L}{2}$$

PORTANTO, JÁ SUBSTITUINDO P DE VOLTA POR ZERO, FICA:

$$\delta_B = \int_0^L \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial P} dx = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{0}{EI} \cdot x dx + \int_{\frac{L}{2}}^L \frac{q}{2EI} \left(x - \frac{L}{2}\right)^2 \cdot x dx + \int_L^{\frac{3L}{2}} \frac{qL}{2EI} \left(x - \frac{3L}{4}\right) \cdot x dx$$

RESOLVENDO AS INTEGRAIS:

$$\delta_B = 0 + \frac{7qL^4}{384EI} + \frac{31qL^4}{192EI} \rightarrow \delta_B = \frac{23qL^4}{128EI}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

3ª) Os cabos esticados BC e BD evitam deslocamento do ponto B no plano xz . Determinar a carga centrada admissível P , adotando-se um coeficiente de segurança $n = 2,1$ e desprezando-se as trações nos cabos. Usar a fórmula de Euler ($E = 210 \text{ GPa}$). Justifique a solução também pelo gráfico de $\lambda \times \sigma_{cr}$. Perfil W com dados na figura abaixo, à direita.

Perfil W

Área da seção transversal:
 $A = 2480 \text{ mm}^2$

Raios de giração:
 $r_x = 81,5 \text{ mm}$
 $r_y = 21,4 \text{ mm}$

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

SOLUÇÃO - 3ª QUESTÃO:

(x0002)

Questão Flambagem

Dados iniciais

Perfil W

$A1 := 2480$ mm² $r_{x1} := 81.3$ mm $r_{y1} := 21.4$ mm

$A1m := A1 \cdot 10^{-6}$ $A1m = 2.48 \times 10^{-3}$ m²

$I_x := [16472780 \text{ mm}^4] [16.47 \times 10^{-6} \text{ m}^4] [1647.28 \text{ cm}^4]$

$r_{x1m} := r_{x1} \cdot 10^{-3}$ $r_{x1m} = 0.082$ m $r_{y1m} := r_{y1} \cdot 10^{-3}$ $r_{y1m} = 0.021$ m

$I_{y1} := [1135740.8 \text{ mm}^4] [1.135 \times 10^{-6} \text{ m}^4] [113.57 \text{ cm}^4]$

$L1 := 6.5$ m ou

$E1 := 210 \cdot 10^9$ N/m² ou Pa $E := [210 \text{ GPa}] [21000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}] [210 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}]$

Coefficiente de segurança: $n := 2.1$

Flambagem no plano xz (seção gira em torno de y)

$L_{ey} := 0.7L1$ $L_{ey} = 4.55$ m

$\lambda_y := \frac{L_{ey}}{r_{y1m}}$ $\lambda_y = 212.617$ 0.125

Flambagem no plano yz (seção gira em torno de x)

$L_{ex} := 2L1$ $L_{ex} = 13$ m

$\lambda_x := \frac{L_{ex}}{r_{x1m}}$ $\lambda_x = 159.509$ 0.125

O maior valor é λ_y , assim, a tensão crítica será dada por:

$\sigma_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E1}{\lambda_y^2}$ $\sigma_{cr} = 4.585 \times 10^7$ Pa

e P_{cr} valerá:

$P_{cr} := \sigma_{cr} \cdot A1m$ $P_{cr} = 1.137 \times 10^5$ N

Carga admissível

$P_{adm} := \frac{P_{cr}}{n}$ $P_{adm} = 5.414 \times 10^4$ N

$\sigma_{crx} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \times 10^3}{(159.5)^2} = 81.47$ MPa

$P_{crx} = \sigma_{crx} \cdot A = 81.47 \times 10^6 \times 2.48 \times 10^{-3} = 202$ kN

45.85×10^6 MPa

113.7×10^3 kN

54.14×10^3 kN

54.14 kN

Parte 1 $\lambda_y 0.125$
 (1.25) $\lambda_x 0.125$
 $L_{ey} 0.5$
 $L_{ex} 0.5$

Parte 2
 σ_{crx} e P_{cr} 0.5
Grat 0.5
 P_{adm} 0.25
TOTAL: 2.5

Explicação gráfica ou por texto
0.7L, pois há rótula e engaste nas extremidades.
 $L_{ey} = 0.7L$ (0.5)

Explicação gráfica ou por texto
2L, pois há uma extremidade livre e a outra engastada.
 $L_{ex} = 2L$ (0.5)

Como mostra o gráfico, $\lambda_y > \lambda_x$, assim a carga crítica a adotar deverá ser a menor, ou σ_{cry}

Gráfico: σ_{cr} vs λ . Curva hiperbólica de Euler. Pontos λ_x e λ_y marcados no eixo x. σ_{cry} e σ_{crx} marcados no eixo y.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

4ª) O dispositivo na figura consiste em uma viga horizontal ABC sustentada por duas barras verticais BD e CE. A barra CE é fixada por pinos em ambas as extremidades, mas a barra BD está fixada na fundação pela extremidade inferior. A distância de A até B é 450 mm e de B até C é 225 mm. As barras BD e CE têm comprimentos de 480 mm e 600 mm, respectivamente, e suas áreas de seção transversal são 1020 mm^2 e 520 mm^2 , respectivamente. As barras são feitas de aço, tendo módulo de elasticidade $E=205 \text{ GPa}$. Os pesos próprios das barras e da viga ABC são desprezíveis. Considerando que os deslocamentos são pequenos e que a viga ABC é rígida, encontre o valor da carga P para que o deslocamento do ponto A seja de 1 mm.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

SOLUÇÃO - 4ª QUESTÃO:

Pelo disposto na figura, a barra BD estará comprimida e a barra CE estará tracionada. Assim, as forças atuantes na barra rígida ABC são as mostradas no diagrama de corpo livre abaixo:

A partir do equilíbrio da barra rígida ABC:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 675P - 225F_{BD} = 0 \Rightarrow F_{BD} = 3P$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow 450P - 225F_{CE} = 0 \Rightarrow F_{CE} = 2P$$

Considerando que a barra BD tem comprimento $L_{BD} = 480$ mm e área de seção transversal $A_{BD} = 1020$ mm² e que a barra CE tem comprimento $L_{CE} = 600$ mm e área de seção transversal $A_{CE} = 520$ mm², e que ambas as barras são feitas de aço com módulo de elasticidade $E = 205$ GPa, o encurtamento da barra BD e o alongamento da barra CE são, em módulo, respectivamente:

$$\delta_{BD} = \frac{F_{BD} L_{BD}}{E A_{BD}} = \frac{3P L_{BD}}{E A_{BD}} \quad \text{e} \quad \delta_{CE} = \frac{F_{CE} L_{CE}}{E A_{CE}} = \frac{2P L_{CE}}{E A_{CE}}$$

Como a barra ABC é rígida e os deslocamentos são considerados pequenos, pode-se construir o diagrama de deslocamentos abaixo:

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

De onde se tira a relação geométrica:

$$\frac{A'A''}{A''C'} = \frac{B'B''}{B''C'} \Rightarrow \frac{\delta_A + \delta_{CE}}{675 \text{ mm}} = \frac{\delta_{BD} + \delta_{CE}}{225 \text{ mm}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1 \text{ mm} + \frac{2P L_{CE}}{E A_{CE}}}{675 \text{ mm}} = \frac{\frac{3P L_{BD}}{E A_{BD}} + \frac{2P L_{CE}}{E A_{CE}}}{225 \text{ mm}}$$

Nessa última igualdade, todos os valores são conhecidos, exceto o valor de P , que é a única incógnita da equação. Resolvendo-a, obtém-se a resposta: $P = 23,2 \text{ kN}$.