UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

CHAVE DE RESPOSTAS

PROCESSO SELETIVO EDITAL 01/2021

Etapa I: Prova de Conhecimento Técnico (eliminatória e classificatória)

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ESTRUTURAS

(PARA AS LINHAS DE PESQUISA: ESTRUTURAS DE AÇO E MISTAS DE AÇO E CONCRETO, ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO, ESTRUTURAS DE AÇO E MISTAS DE AÇO E CONCRETO, MECÂNICA DOS SÓLIDOS E MÉTODOS NUMÉRICOS)

(ESTA PROVA CONTÉM 4 QUESTÕES DE IGUAL VALOR E UM FORMULÁRIO, DISTRIBUIDOS EM 6 PÁGINAS)

Instruções para realização e envio da prova.

- Recomenda-se ler com atenção o texto da prova.
- Realize a prova no papel de sua preferência.
- Deve-se usar caneta esferográfica azul ou preta.
- Coloque nome em todas as folhas.
- Termine a prova até as 11h00min, prepare um scan de boa qualidade de suas respostas (podendo ser foto digitalizada de aparelho celular ou usar aplicativo/aparelho de sua preferência), preferencialmente documento com extensão pdf. É impossível corrigir provas ilegíveis, sendo de responsabilidade do candidato garantir a qualidade do arquivo legível enviado.
- Altere o nome do arquivo de suas respostas para: provatecnica-nome-sobrenome.pdf . Exemplo: Se o candidato chamar Humberto Breves Coda o nome do arquivo será: provatecnica-humberto-coda.pdf
- Envie o arquivo de suas respostas (como anexo) por email para pos.engenhariacivil@ufes.br até as 11h30min.
- A prova deverá ser feita obrigatoriamente de próprio punho (escrita à mão). Não é necessário imprimir ou transcrever as questões da prova. Apenas enviar as folhas com as respostas.

1ª) Para grelha isostática da figura 1, cujas barras formam, em todos os nós, ângulos de 90º, pede-se:

(a) Traçar o diagrama de momento fletor, DMF.

(b) Traçar o diagrama de momento torçor, DMT.

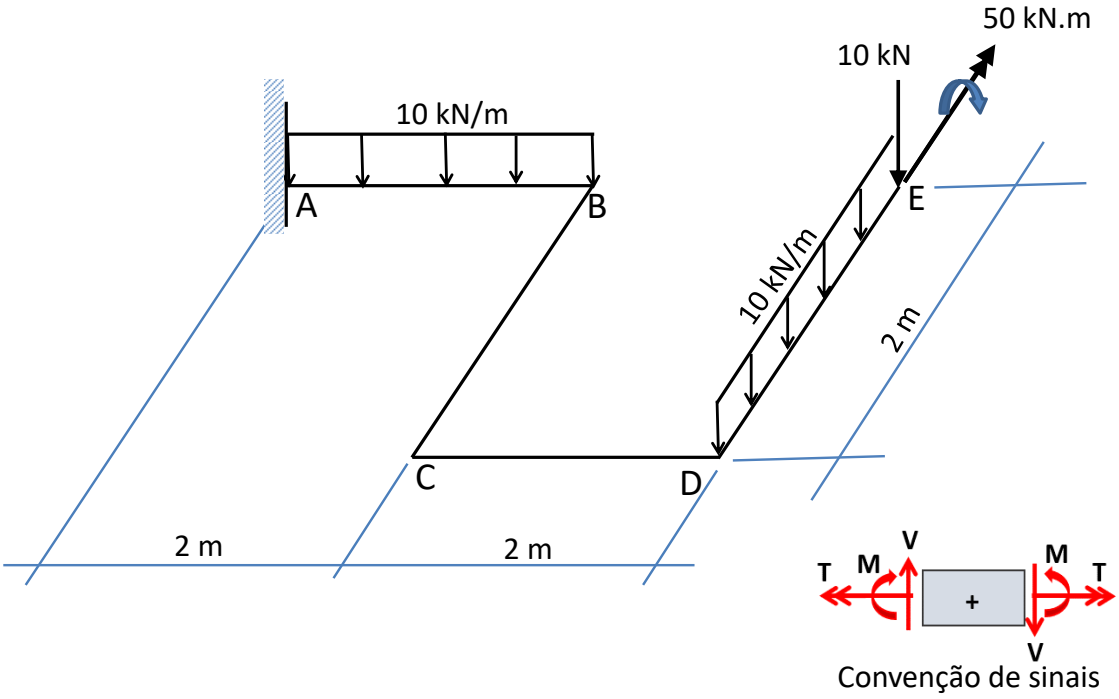
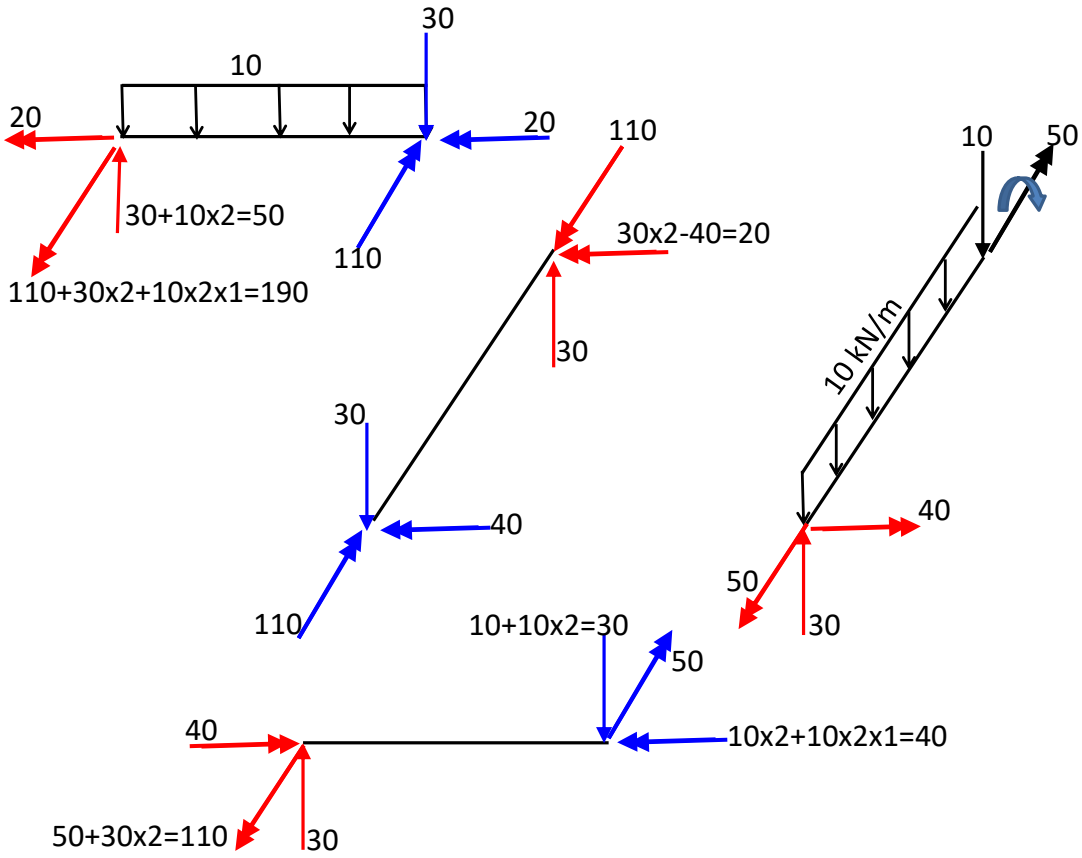
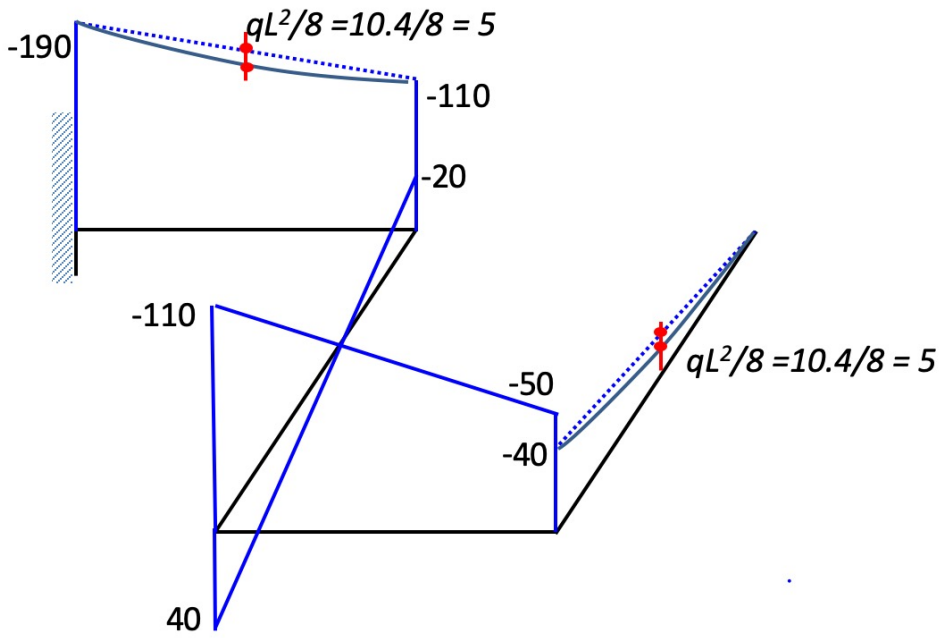


Figura 1 Grelha isostática

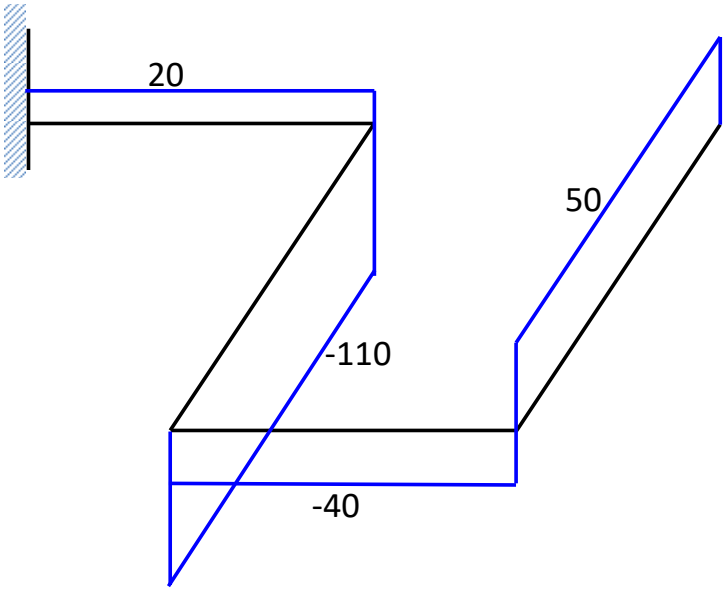
SOLUÇÃO - 1ª QUESTAO:



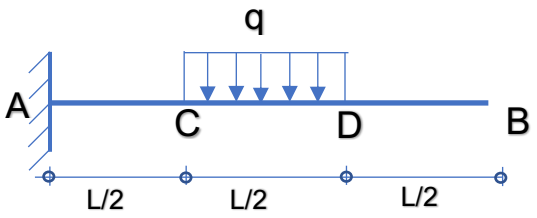
DMF (retificado):



DMT:



2ª) Pede-se que se use o teorema de Castigliano(1), considerando apenas a energia de deformação devida aos momentos fletores, para calcular a flecha no ponto B da viga da figura. São conhecidos L, q e a rigidez à flexão EI, constante em toda a viga.
(1) *Não é permitido usar outro método.*

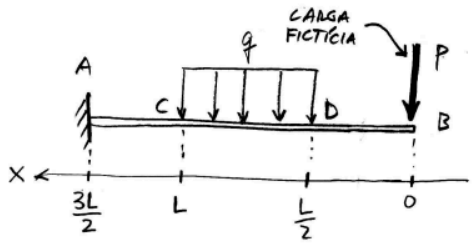


SOLUÇÃO - 2ª QUESTAO:

GABARITO:

USANDO O MÉTODO DE CASTIGLIANO, ACRESCENTA-SE UMA CARGA FICTÍCIA P NO PONTO B.

CONSIDERANDO UMA SEÇÃO NUMA POSIÇÃO GENÉRICA x, COM $0 \leq x \leq L/2$, COMO MOSTRADO AO LADO, O MOMENTO NESSA SEÇÃO É:



$$M(x) = P.x$$

JÁ NUMA SEÇÃO NA POSIÇÃO x, COM $L/2 \leq x \leq L$, O MOMENTO É:

$$M(x) = P.x + \frac{q}{2}\left(x - \frac{L}{2}\right)^2$$

E NUMA SEÇÃO NA POSIÇÃO x, COM $L \leq x \leq \frac{3L}{2}$, O MOMENTO É:

$$M(x) = Px + \frac{qL}{2}\cdot\left(x - \frac{3L}{4}\right)$$

PORTANTO, O MOMENTO EM TODA A VIGA É:

$$M(x) = \begin{cases} P.x & , \text{SE } 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ P.x + \frac{q}{2}\left(x - \frac{L}{2}\right)^2 & , \text{SE } \frac{L}{2} \leq x \leq L \\ P.x + \frac{qL}{2}\left(x - \frac{3L}{4}\right) & , \text{SE } L \leq x \leq \frac{3L}{2} \end{cases}$$

E ASSIM:

$$\frac{\partial M}{\partial P}(x) = x \text{ , SE } 0 \leq x \leq \frac{3L}{2}$$

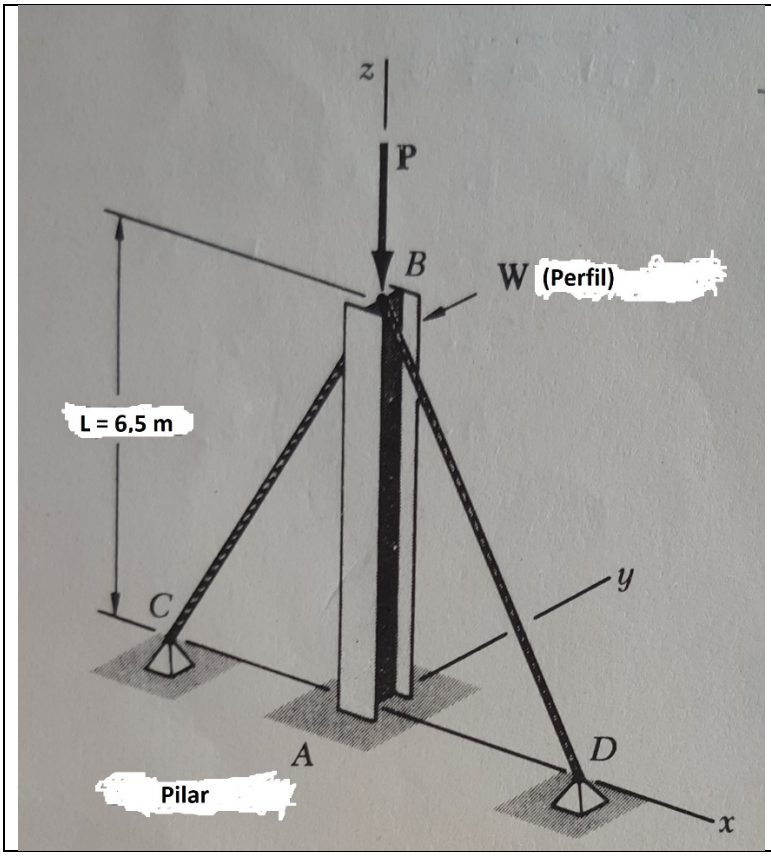
PORTANTO, JÁ SUBSTITUINDO P DE VOLTA POR ZERO, FICA:

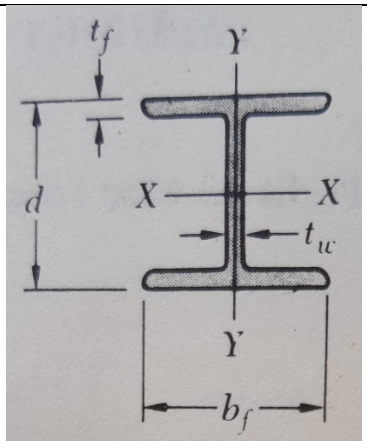
$$\delta_B = \int_0^L \frac{M}{EI}\frac{\partial M}{\partial P}\,dx = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{0}{EI}\cdot x\,dx + \int_{L/2}^{L} \frac{q}{2EI}\left(x - \frac{L}{2}\right)^2 \cdot x\,dx + \int_L^{\frac{3L}{2}} \frac{qL}{2EI}\left(x - \frac{3L}{4}\right)\cdot x\,dx$$

RESOLVENDO AS INTEGRAIS:

$$\delta_B = 0 + \frac{7qL^4}{384\,EI} + \frac{31qL^4}{192\,EI} \rightarrow \boxed{\delta_B = \frac{23qL^4}{128\,EI}}$$

3ª) Os cabos esticados BC e BD evitam deslocamento do ponto B no plano xz. Determinar a carga centrada admissível P, adotando-se um coeficiente de segurança $n = 2{,}1$ e desprezando-se as trações nos cabos. Usar a fórmula de Euler ($E = 210$ GPa). Justifique a solução também pelo gráfico de $\lambda \times \sigma_{cr}$. Perfil ***W*** com dados na figura abaixo, à direita.

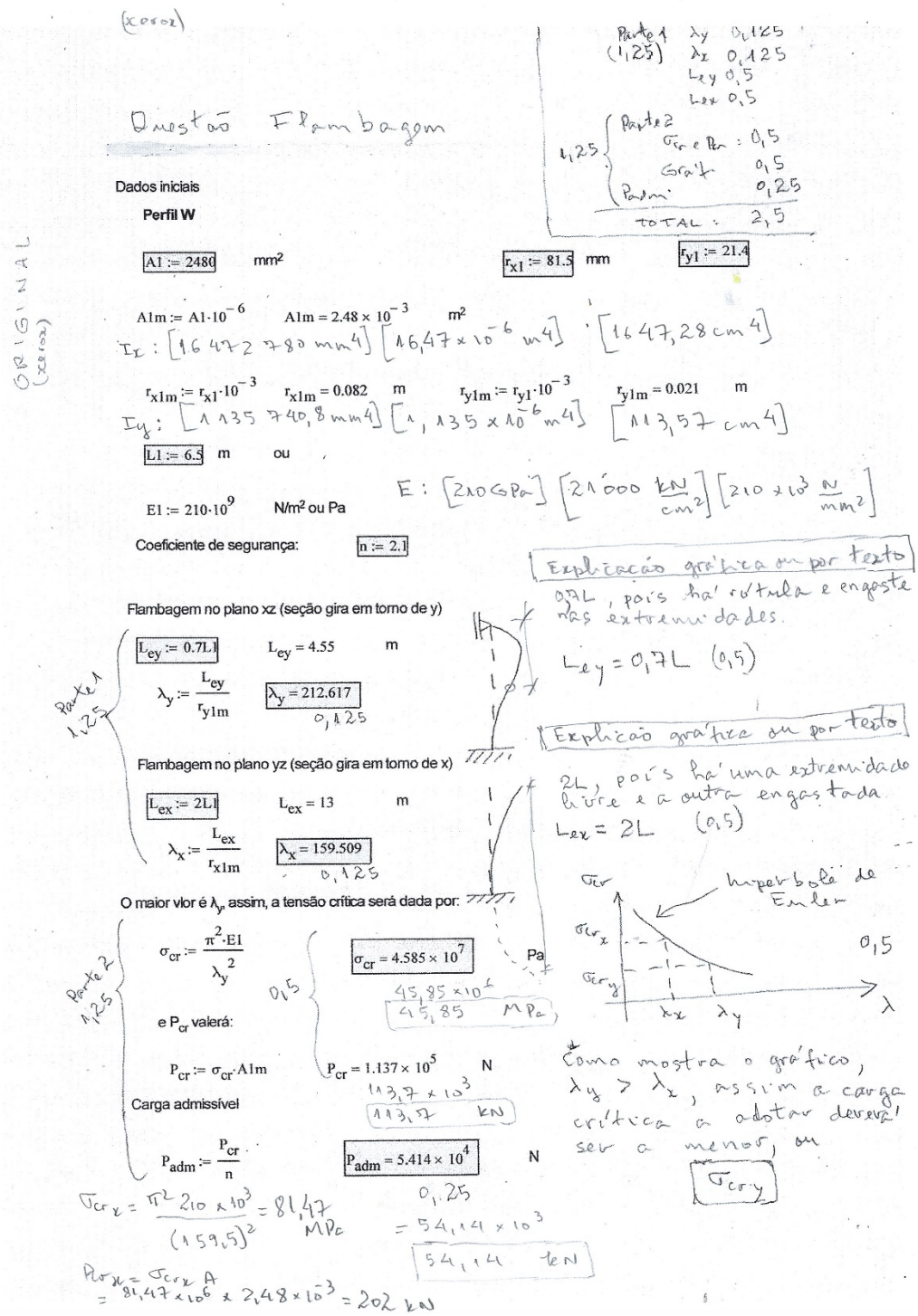




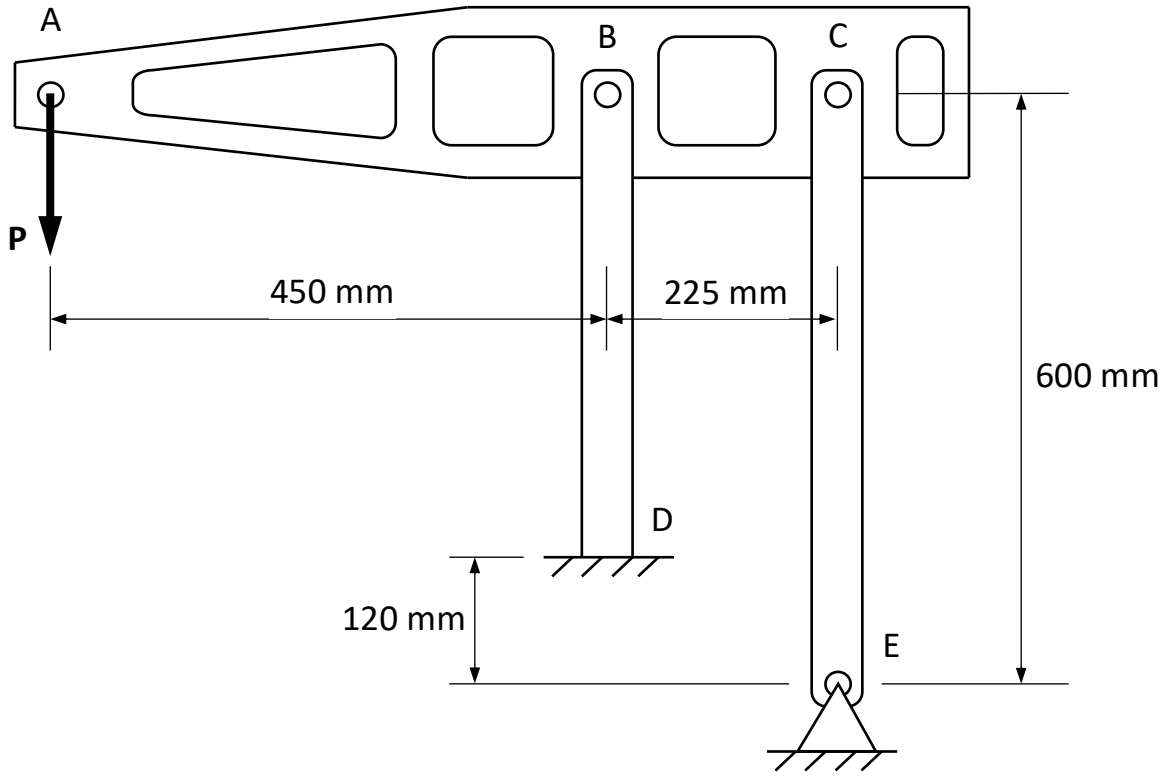
Perfil **W**
Área da seção transversal:
$A = 2480$ mm^2

Raios de giração:
$r_x = 81{,}5$ mm
$r_y = 21{,}4$ mm

SOLUÇÃO - 3ª QUESTAO:

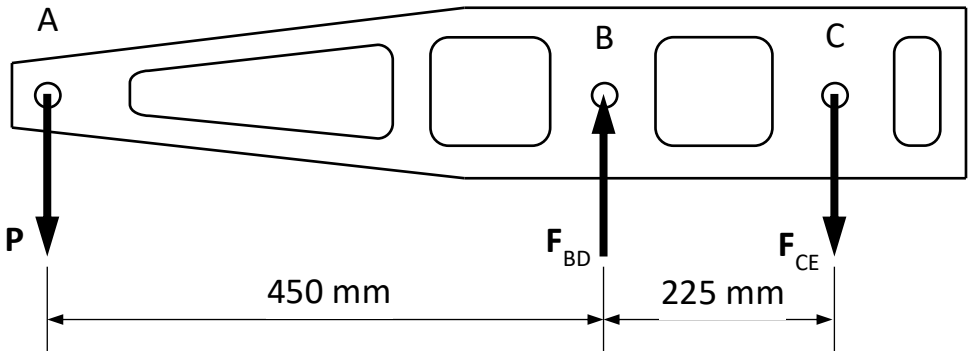


4ª) O dispositivo na figura consiste em uma viga horizontal ABC sustentada por duas barras verticais BD e CE. A barra CE é fixada por pinos em ambas as extremidades, mas a barra BD está fixada na fundação pela extremidade inferior. A distância de A até B é 450 mm e de B até C é 225 mm. As barras BD e CE têm comprimentos de 480 mm e 600 mm, respectivamente, e suas áreas de seção transversal são 1020 mm² e 520 mm², respectivamente. As barras são feitas de aço, tendo módulo de elasticidade E=205 GPa. Os pesos próprios das barras e da viga ABC são desprezíveis. Considerando que os deslocamentos são pequenos e que a viga ABC é rígida, encontre o valor da carga P para que o deslocamento do ponto A seja de 1 mm.



SOLUÇÃO - 4ª QUESTAO:

Pelo disposto na figura, a barra BD estará comprimida e a barra CE estará tracionada. Assim, as forças atuantes na barra rígida ABC são as mostradas no diagrama de corpo livre abaixo:



A partir do equilíbrio da barra rígida ABC:

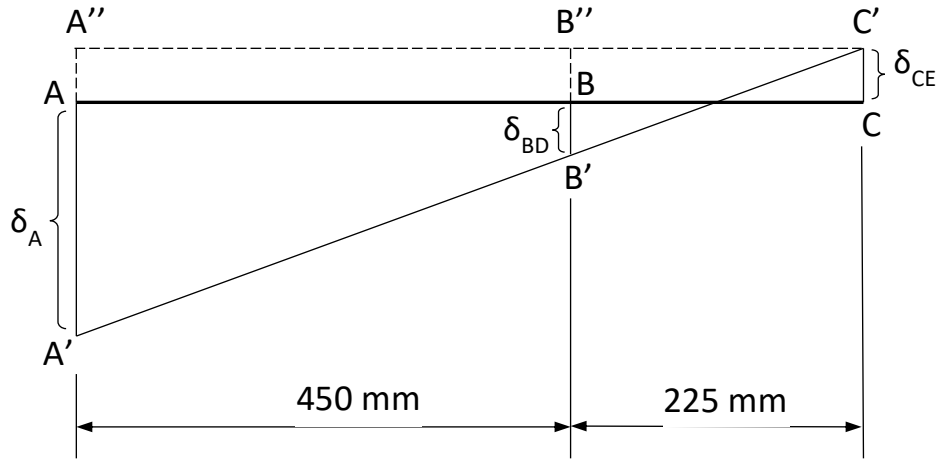
$$\sum M_C = 0 \Longrightarrow 675P - 225F_{BD} = 0 \Longrightarrow F_{BD} = 3P$$

$$\sum M_B = 0 \Longrightarrow 450P - 225F_{CE} = 0 \Longrightarrow F_{CE} = 2P$$

Considerando que a barra BD tem comprimento $L_{BD} = 480\ \text{mm}$ e área de seção transversal $A_{BD} = 1020\ \text{mm}^2$ e que a barra CE tem comprimento $L_{CE} = 600\ \text{mm}$ e área de seção transversal $A_{CE} = 520\ \text{mm}^2$, e que ambas as barras são feitas de aço com módulo de elasticidade $E = 205\ \text{GPa}$, o encurtamento da barra BD e o alongamento da barra CE são, em módulo, respectivamente:

$$\delta_{BD} = \frac{F_{BD}\ L_{BD}}{E\ A_{BD}} = \frac{3P\ L_{BD}}{E\ A_{BD}} \qquad \text{e} \qquad \delta_{CE} = \frac{F_{CE}\ L_{CE}}{E\ A_{CE}} = \frac{2P\ L_{CE}}{E\ A_{CE}}$$

Como a barra ABC é rígida e os deslocamentos são considerados pequenos, pode-se construir o diagrama de deslocamentos abaixo:



De onde se tira a relação geométrica:

$$\frac{A'A''}{A''C'} = \frac{B'B''}{B''C'} \Longrightarrow \frac{\delta_A + \delta_{CE}}{675\ \text{mm}} = \frac{\delta_{BD} + \delta_{CE}}{225\ \text{mm}} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \frac{1\ \text{mm} + \dfrac{2P\ L_{CE}}{E\ A_{CE}}}{675\ \text{mm}} = \frac{\dfrac{3P\ L_{BD}}{E\ A_{BD}} + \dfrac{2P\ L_{CE}}{E\ A_{CE}}}{225\ \text{mm}}$$

Nessa última igualdade, todos os valores são conhecidos, exceto o valor de P, que é a única incógnita da equação. Resolvendo-a, obtém-se a resposta: $P = 23{,}2\ \text{kN}$.