



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

PROCESSO SELETIVO EDITAL 02/2020

Etapa I: Prova de Conhecimento Técnico (eliminatória e classificatória)

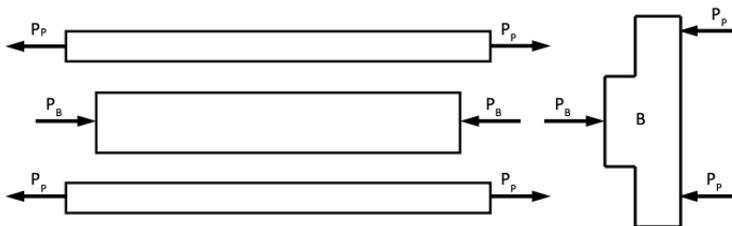
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ESTRUTURAS

(PARA AS LINHAS DE PESQUISA: ESTRUTURAS DE AÇO E MISTAS DE AÇO E CONCRETO, ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO, ESTRUTURAS DE AÇO E MISTAS DE AÇO E CONCRETO, MECÂNICA DOS SÓLIDOS E MÉTODOS NUMÉRICOS)
(PROVA CONTENDO 4 QUESTÕES DE IGUAL VALOR)

CHAVE DE RESPOSTAS

1ª.) Questão

Gabarito da primeira questão:



Usando os índices "P" e "B" para os parafusos e para a barra, respectivamente, fica:

$$\delta_P = + \frac{P_P L_P}{A_P E_P} = \frac{P_P \cdot 0,5}{\frac{\pi \cdot 0,018^2}{4} \cdot 210 \cdot 10^9} = +9,35655 \cdot 10^{-9} \cdot P_P$$

$$\delta_B = - \frac{P_B L_B}{A_B E_B} = - \frac{P_B \cdot 0,35}{\frac{\pi \cdot 0,04^2}{4} \cdot 65 \cdot 10^9} = -4,28494 \cdot 10^{-9} \cdot P_B$$

Aperto de um quarto de volta: Eq. (1) $\rightarrow \delta_P - \delta_B = \frac{1}{4} \cdot 0,002$

Do diagrama de corpo livre do suporte B: Eq. (2) $\rightarrow P_B = 2P_P$

Resolvendo as equações (1) e (2) simultaneamente, obtém-se $P_B = 55,7836 \text{ kN}$.

Logo, $\sigma_B = \frac{P_B}{A_B} = \frac{55,7836}{\pi \cdot 0,04^2 / 4}$. Portanto, a resposta final é $\sigma_B = 44,4 \text{ MPa}$.

Quesitos e pontuação:

Quesito	Pontuação
Obter alongamento de cada parafuso: $\delta_P = +9,35655 \cdot 10^{-9} \cdot P_P$	0,5 ponto.
Obter alongamento da barra: $\delta_B = -4,28494 \cdot 10^{-9} \cdot P_B$	0,5 ponto.
Equacionar o aperto de um quarto de volta: $\delta_P - \delta_B = \frac{1}{4} \cdot 0,002$	0,5 ponto.
Equacionar equilíbrio de um dos apoios: $P_B = 2P_P$	0,5 ponto.
Resolver o sistema de equações e obter $\sigma_B = \frac{P_B}{A_B} = 44,4 \text{ MPa}$.	0,5 ponto.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

2ª.) Questão

Gabarito da 2ª Questão (Torção) PGEC/UFES

Solução

calcular as reações de apoio T_A e T_B

0,59375

1) Equação de equilíbrio: $T_A + T_B = T_0$ (1)

2) Equação de deslocamento rotacional:
A seção A não gira em relação à seção B,
ou $\phi_{BA} = 0$ (2)

Para calcular ϕ_{BA} , libera-se o vínculo de seção B e aplica-se a equação de deslocamento rotacional

$\phi_{BA} = 0$, ou, pelo princípio de superposição dos efeitos:

0,34375

3) ou $\frac{T_B L}{GJ} - \frac{T_0 a}{GJ} = 0$; $T_B L - T_0 a = 0$,
ou $T_B = \frac{T_0 a}{L}$ (3)

substituindo (3) em (1), vem

$T_A + \frac{T_0 a}{L} = T_0$; $T_A = T_0 - \frac{T_0 a}{L} = T_0 \left(\frac{L-a}{L} \right)$

0,34375

4) Assim, $T_A = \frac{T_0 b}{L}$ (4)

0,625

(5) Item (b)

(2)

Eq. Equilíbrio	0,59375
Eq. Desloc Rotacional	2) 0,59375
T_B	3) 0,34375
T_A	4) 0,34375
(b)	5) 0,625
Soma:	2,50

OBS: Em todas as questões as passagens devem ser acompanhadas de explicações.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

3ª.) Questão

OBS: Em todas as questões as passagens devem vir acompanhadas de explicações.

3a. Questão - Flexão - Gabarito. PPGEC/Ufes

Dados iniciais

$b := 10 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ $h := 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ $a := 0.5 \text{ m}$

$I_1 := \frac{b \cdot h^3}{12}$ $I_1 = 6.667 \times 10^{-5} \text{ m}^4$ (Entenda I_1 como I)

$P_1 := 1 \text{ N}$ (Entenda P_1 como P) (Colocado igual a 1 para facilitar o cálculo no computador. Depois é só multiplicar os valores finais por P)

Reação de apoio em A:

Momento fletor em D:

$R_A := \frac{P_1}{2}$ $R_A = 0.5 \text{ N}$ $R_A = 0.5 P$ $M_D := R_A \cdot a$ $M_D = 0.25 \text{ Nm}$

$M_D = 0.25 P$ 0.15625

Posição do ponto D: $y := 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

Tensão normal em D:

$\sigma := \frac{-M_D \cdot y}{I_1}$ $\sigma = -187.5 \text{ Pa}$ $\sigma = -187.5 P$

Área A_1 da seção a considerar para calcular a tensão cisalhante no ponto D:

Tensão Cisalhante em D:

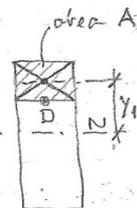
$t := b$ $t = 0.1 \text{ m}$

$A_1 := t \cdot 5 \cdot 10^{-2}$ $A_1 = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

$V_1 := R_A$ $V_1 = 0.5 \text{ N}$

Centro de gravidade de A_1 :

$y_1 := 7.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$



Momento estático Q_1 , em relação à linha neutra, da seção a considerar para calcular a tensão cisalhante no ponto D:

$Q_1 := A_1 \cdot y_1$ $Q_1 = 3.75 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

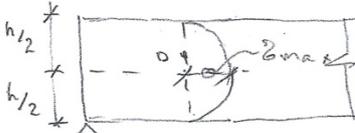
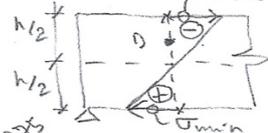
(Entenda Q_1 como Q)

$\tau := \frac{V_1 \cdot Q_1}{I_1 \cdot t}$ $\tau = 28.125 \text{ Pa}$ $\tau = 28.11 P$

(Entenda V_1 como V , esforço cortante em D)

(b.1) Tensões Normais $\sigma_{max} = 0.375$

(b.2) Tensões cisalhantes 0.375



(c) Nos pts de tensão normal extrema, $\tau = 0$

(d) No pt de tensão cisalhante extrema, $\sigma = 0$

- I 1) 0,15625
 - M_D 2) 0,15625
 - σ 3) 0,5
 - τ 4) 0,75
 - (b.1) 5) 0,375
 - (b.2) 6) 0,375
 - (c) 7) 0,09375
 - (d) 8) 0,09375
- Soma: 2,50



UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
Centro Tecnológico

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Credenciamento/CFE/parecer n. 288/2015, portaria n. 656 de 27/06/2017.

4ª.) Questão

OBS: Em todas as questões as passagens devem vir acompanhadas de explicações

4a Questão Pilar - Gabarito. PPGEC/Ufes

Dados iniciais:

$a := 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ $b := 6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ $E_1 := 200 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ Pascal

(Entenda E_1 como E)

Como pedem-se as cargas críticas e tensões críticas mínimas, então deve-se usar a inércia mínima da seção transversal, dada por:

$I_1 := \frac{b \cdot a^3}{12} = 7.813 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ (Entenda I_1 como I)

$L_1 := 1.57 \text{ m}$ (Entenda L_1 como L) Raio de giração: $r_1 := \frac{a}{3.46} = 7.225 \times 10^{-3} \text{ m}$

(Entenda r_1 como r)

Área da seção transversal

$A_1 := a \cdot b = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (Entenda A_1 como A)

Pilar 1 - Bi-engastado

Carga crítica: (mínima)

$P_{cr1} := \frac{\pi^2 E_1 I_1}{L_{e1}^2} = 2.503 \times 10^5 \text{ N}$ $P_{cr1} = 250.3 \text{ kN}$

Índice de esbeltez:

$\lambda_1 := \frac{L_{e1}}{r_1} = 108.644$

Tensão crítica:

$\sigma_{cr1} := \frac{P_{cr1}}{A_1} = 1.668 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ $\sigma_{cr1} = 166.8 \text{ MPa}$

Pilar 2 - Engastado-livre

Carga crítica: (mínima)

$P_{cr2} := \frac{\pi^2 E_1 I_1}{L_{e2}^2} = 1.564 \times 10^4 \text{ N}$ $P_{cr2} = 15.64 \text{ kN}$

Índice de esbeltez:

$\lambda_2 := \frac{L_{e2}}{r_1} = 434.576$

Tensão crítica:

$\sigma_{cr2} := \frac{P_{cr2}}{A_1} = 1.043 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ $\sigma_{cr2} = 10.43 \text{ MPa}$

Gráfico de Euler:

Como visualizado no gráfico, o Pilar 1 suporta maior carga porque possui menor índice de esbeltez, visto que $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$